Universidad De Atacama

Facultad De Ingeniería / Departamento De Matemática

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

GUIA 3

Profesor: Hugo S. Salinas. Segundo Semestre 2009

1. Una empresa dedicada al procesamiento de datos considera que al probar por primera vez un programa se pueden encontrar:

   - errores importantes (que ocasiona que el programa falle por completo)
   - errores menores (fallas que permiten que el programa corra, pero que en algunas situaciones producen resultados erróneos)
   - ningún error

   De experiencias anteriores se conoce que la probabilidad de que al correr por primera vez el programa se encuentren errores importantes es 0.6; de encontrar errores menores es 0.3 y de no encontrar errores es 0.1. En caso de haber errores se trata de corregirlos y se vuelve a probar el programa. La tabla siguiente muestra las probabilidades de los resultados en la 2da. prueba condicionada a los de la 1era.:

	2da. prueba		
1era. prueba	Importante	Menor	Ninguno
Importante	0.3	0.5	0.2
Menor	0.1	0.3	0.6
Ninguno	0	0.2	0.8

   a) Construir una tabla de probabilidades conjuntas y un árbol de probabilidades

   b) Encontrar la probabilidad de descubrir un error importante durante la 2da. prueba

   c) Encontrar la probabilidad de error menor en la 1era. prueba sabiendo que el error en la 2da. prueba es importante

   d) Analizar la independencia entre los resultados de la 1era. prueba con los de la 2da.

2. En un estudio de aguas localizadas en las proximidades de centrales eléctricas y de otras plantas industriales que vierten sus aguas en el hidrosistema, se ha llegado a la conclusión de que el 5 % muestra signos de contaminación química y térmica, el 40 % contaminación química y el 35 % de contaminación térmica. Suponiendo que los resultados del estudio reflejan correctamente la situación general:

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un arroyo que muestra cierta contaminación térmica presente también signos de contaminación química?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que un arroyo que muestra contaminación química no presente contaminación térmica?

3. Un centro de cómputos tiene tres impresoras, A, B, y C, que imprimen a velocidad distinta. Los programas se envían a la primera impresora disponible. Las probabilidades de que un programa se envíe a las impresoras A, B, y C son de 0.6, 0.3 y 0.1, respectivamente. En ocasiones los impresos se atascan en la impresora y se destruyen. La probabilidad de que se atasque el papel en las impresoras A, B, y C son de 0.01, 0.05 y 0.04, respectivamente.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que si un programa escrito se destruyó, ello haya ocurrido en la impresora A?
   b) ¿haya ocurrido en la impresora B?
   c) ¿haya ocurrido en la impresora C?

4. ¿Cuál de las siguientes variables aleatorias se pueden clasificar como discretas?

   a) El número de personas que pasan por una caja de supermercado
   b) Cantidad de mm^3 en botellas de bebidas gaseosas
   c) Edad de los alumnos de la UDA
   d) El número de ventas hechas por un vendedor de autos en un mes
   e) Duración de un tubo fluorescente
   f) El número de ofertas recibidas sobre una casa en venta
   g) El tiempo que tardamos en llegar a la Universidad hoy.
   h) El número de estudiantes en los cursos de Estadística de la UDA.
   i) El número de preguntas que contestamos correctamente en la primera prueba de estadística.
   j) El número de personas en una muestra de 50 que prefieren una marca determinada de cerveza.
   k) La cantidad de gas que se usa al mes para calentar un hospital
   l) El número de diarios que vende "La Quintaçada mes.
   m) La cantidad exacta de bebida en una lata.

5. Un experimento consiste en lanzar una moneda 4 veces. Encontrar la distribución de probabilidades de las siguientes variables aleatorias:

   a) el número de caras menos el número de sellos
   b) el número de caras multiplicado por el número de sellos

6. Supongamos que el número de automóviles que pasan por una estación de lavado un domingo asoleado, entre las 12 y las 16 horas, tiene la siguiente distribución de probabilidades:

X	4	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	0.083	0.083	0.25	0.25	0.17	

   a) Completar la distribución de probabilidades
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 6 autos van a pasar entre las 12 y las 16 horas?

c) ¿Cuál es el valor esperado de autos que pasan por la estación los domingos asoleados?

d) Si $Y = 2X - 1$ representa la cantidad de dinero, en miles de pesos, que el dueño de la estación le paga a su empleado por lavar autos. ¿Cuánto es el valor esperado de dinero que va a ganar el empleado los domingos asoleados?

7. En el informe del Mapa Socioeconómico de Chile elaborado por Adimark (`http://www.adimark.cl`) aparece la distribución de número de bienes en el hogar (Ducha + TV color + Refrigerador + Lavadora + Calefont + Microondas + TV Cable o Satelital + PC + Internet + Vehículo)

Y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(Y = y)$	0.038	0.057	0.056	0.091	0.152	0.189	0.150	0.103	0.072	0.051	0.042

a) Aproximadamente, ¿dónde se ubicaría la mediana del número de bienes en el hogar?

b) Calcular el valor esperado de la variable aleatoria de interés, interpretar el resultado.

8. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?

a) La distribución normal es asimétrica

b) Es necesario conocer la media y la desviación estándar para construir una distribución normal específica.

c) Cada combinación de media y desviación estándar define una distribución normal única.

d) La distribución normal se extiende al infinito en cualquier dirección a partir de la media.

e) La distribución normal se mide en una escala discreta.

f) El área total bajo la curva es igual a 1.0

g) La probabilidad de que una variable aleatoria tenga un valor entre dos puntos cualquiera es igual al área bajo la curva entre esos dos puntos.

9. Si Z es una variable aleatoria normal estandarizada, es decir $Z \sim N(0, 1)$,

a) ¿Cuál es el rango de la variable aleatoria Z?

b) ¿Cuál es la probabilidad de tomar un valor menor que cero?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que Z tome un valor entre -3 y 3?

d) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un valor en el rango media más menos dos desviaciones estándar?

e) ¿Cuál es la probabilidad de que Z tome un valor comprendido entre -1.28 y 1.65?

10. El gerente de personal de una gran compañía requiere que los postulantes a un puesto efectuen una prueba de aptitud y que en ella obtengan una calificación mínima de 500. Si las calificaciones de la prueba se distribuyen normalmente con una media de 485 y desviación estándar de 30

a) ¿Qué porcentaje de postulantes aprobará la prueba?

b) Si aquellos postulantes que obtienen un puntaje comprendido entre 471 y 499 pueden optar a una segunda oportunidad, y un total de 1200 postulantes rindió la primera prueba, ¿cuántos de los 1200 postulantes tendrán derecho a rendir la prueba por segunda vez?

c) Si el puntaje de la segunda prueba se relaciona con el puntaje de la primera prueba a través de la expresión: $Y = 1.25X + 2.5$, donde Y es el puntaje en la segunda prueba y X es el puntaje obtenido en la primera prueba, determinar la probabilidad de que en la segunda prueba un postulante cualquiera elegido al azar obtenga el puntaje aprobatorio de 500 puntos o más.

d) Determinar un puntaje k correspondiente al percentil 90 de la distribución. Interpretar.

11. La etiqueta en las cajas de una marca de detergente indica un peso de 800 gramos. Una máquina llena estas cajas donde el contenido de las mismas es una variable aleatoria uniforme en el intervalo $(780, 820)$. El control de calidad acepta las cajas llenas con 15 gramos más o menos de la cantidad que indica la etiqueta.

    a) ¿Cuál es la variabilidad del contenido de las cajas?

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja contenga entre 785 y 795 gramos?

    c) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja no cumpla con el estándar de control de calidad?

12. El número de llamadas telefónicas que llegan a un conmutador es una variable aleatoria X que se distribuye según una ley de Poisson de parámetro $\lambda = 15$ llamadas por minuto. Según el número de llamadas que lleguen puede ser necesario descongestionar el conmutador dirigiendo algunas llamadas a líneas auxiliares. Si el número de llamadas es a lo sumo 15, no se necesita línea auxiliar; si es mayor que 15 pero menor o igual que 25, se necesita una línea; para un número mayor que 25 se utilizan dos líneas auxiliares.

    a) Encontrar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria Y : número de líneas auxiliares necesarias en un minuto.

    b) Encontrar el promedio y la desviación estándar de la variable aleatoria Y.

13. El tiempo de funcionamiento sin fallas (en años) de un cierto tipo de componente es una variable aleatoria T con distribución exponencial de parámetro 0.2.

    a) Calcular la probabilidad de que una componente no tenga fallas durante los dos primeros años de funcionamiento.

    b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote de 15 componentes elegidas al azar, por lo menos 11 componentes no tengan fallas durante los dos primeros años de funcionamiento?

    c) Se sabe de que en un lote de 15 componentes elegidas al azar, por lo menos 11 no tuvieron fallas durante los dos primeros años. Calcular la probabilidad de que en ese período, no hayan tenido fallas exactamente 13 componentes.

    d) Se arma un lote con cinco componentes elegidas al azar y se las numera del 1 al 5. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo las componentes 1 y 2 no tengan fallas durante los dos primeros años de funcionamiento? (En todos los casos llegar al resultado numérico).

14. Un fabricante de cierto tipo de piezas somete cada unidad a una prueba muy rigurosa. De las piezas recién ensambladas, el 84 % pasa la prueba sin ninguna modificación. Las que fallan en la prueba inicial son reelaboradas; de éstas, el 75 % pasa una segunda prueba. Aquellas piezas que fallan en la segunda prueba se rehacen por segunda vez y se vuelven a probar; 90 % de ellas pasan la prueba y el resto se desarman. Definir X como la variable aleatoria: número de veces que debe reprocesarse una pieza seleccionada al azar.

a) Especificar el recorrido de la variable X

b) Encontrar la distribución de probabilidad de X

c) Encontrar el valor esperado, varianza y desviación estándar de la variable X

15. Una oficina que procesa permisos para remodelación de edificios tiene como política que el permiso se entregará sin costo si no está listo al final de 5 días hábiles, a partir de la fecha de la solicitud. Se mide el tiempo de procesamiento a partir del momento en que se recibe la solicitud hasta completar el procesamiento (Suponga que el tiempo tiene distribución normal).

    a) Si el proceso tiene una media de 3 días y una desviación estándar de 1 día, ¿qué proporción de los permisos serán gratis?

    b) Si el proceso tiene una media de 2 días y una desviación estándar de 1.5 días, ¿qué proporción de los permisos será gratis?

    c) ¿En cuál de los dos procesos, *a*) ó *b*), resultarán más permisos gratis? Explicar.

    d) Para el proceso del punto *a*), ¿sería mejor reducir el promedio a 2 días o la desviación estándar a 0.75 días? Explicar.

16. Un artículo puede tener dos defectos D_1 y D_2. El número de defectos D_1 es una variable aleatoria de Poisson con parámetro $\lambda_1 = 0.1$ y el número de defectos D_2 sigue una distribución de Poisson con parámetro $\lambda_2 = 0.3$. Los defectos son independientes. Un artículo se considera defectuoso cuando presenta al menos uno de los defectos. Calcular la probabilidad de que en una muestra de 50 artículos haya a lo sumo 10 defectuosos.

17. Una variable aleatoria X se distribuye uniformemente en $(-\alpha, \alpha)$, $(\alpha > 0)$. Cada vez que sea posible, determinar α que satisfaga:

    a) $P(X > 1) = 1/3$

    b) $P(X > 1) = 1/2$

    c) $P(|X| < 1) = P(|X| > 1)$

18. El número de clientes que llegan a una caja de un supermercado es una variable aleatoria de Poisson con promedio 10 clientes en 5 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que transcurran al menos 2 minutos entre dos llegadas sucesivas?

19. Las mediciones repetidas de una cierta magnitud δ, con una determinada técnica, permite afirmar que tales medidas tienen distribución normal con media $\mu = -183.2$ unidades y desviación estándar $\sigma = 0.08$ unidades.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que la medición resulte superior a -183?

    b) Se realizan 10 mediciones de δ, calcular la probabilidad de que sólo dos de ellas superen el valor -183.

20. Una experiencia aleatoria tiene dos resultados posibles (A y A'). Se conoce que $P(A) = 0.20$. Calcular la probabilidad de que en 10 repeticiones de la experiencia:

    a) haya igual cantidad de resultados A y A' .

    b) la cantidad de resultados A supere la cantidad de resultados A' .

c) en la cuarta experiencia ocurra el primer resultado A

d) en las últimas cuatro experiencias ocurran todos los resultados A

21. Se supone que la calificación obtenida en el examen final de un curso introductorio de estadística es una variable aleatoria con distribución normal con promedio 73 y desviación estándar 8.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de obtener en este examen una calificación no mayor de 91?

    b) ¿Qué porcentaje de estudiantes obtuvo una calificación entre 65 y 89?

    c) ¿Cuál fue la calificación superada sólo por el 5 % de los estudiantes que hicieron el examen?

    d) Si el profesor pasa de curso al 10 % más alto de la clase sin importar la calificación, ¿te conviene una calificación de 81 con este examen o una calificación de 68 en un examen diferente en el que el promedio fuera 62 y la desviación estándar 3?

22. El operador de una computadora recibe peticiones imprevistas para montar cintas de datos en el sistema. Como política, estas solicitudes deben ser atendidas a la brevedad posible; debido a ello, se tiene que interrumpir el flujo del trabajo programado. Sea la variable aleatoria Y : número de solicitudes recibidas en un turno de 9 a 17 horas. Se conoce que la variable Y sigue una ley de Poisson con promedio 1.5 solicitud por hora.

    a) Encontrar la media y la desviación de la variable Y

    b) Calcular $P(Y > 8)$

    c) Encontrar la probabilidad de que el tiempo transcurrido entre dos solicitudes consecutivas sea al menos de dos horas.